COGNOME		**A**
NOME		
N. MATRICOLA	Laurea ☐ Diploma ☐	Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)

Milano, 17 aprile 2002

1) Stabilire se esiste ed in caso affermativo calcolare il gradiente della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} y & \text{se } (y-x^3)(y+x^5) \geq 0, \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

nel punto $(0,0)$.

2) Determinare una soluzione avente norma unitaria del sistema lineare

$$\begin{cases} 2x+y-z+2t=2 \\ y+z+2t=2 \\ x+y+2z=2. \end{cases}$$

3) Sia $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ la trasformazione lineare definita da

$$T(x_1,x_2,x_3) = (x_1+2x_2+2x_3,\ x_1+2x_2-x_3,\ -x_1+x_2+4x_3).$$

Detta A la matrice di rappresentazione di T rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$, determinare (se è possibile) tre autovettori di A linearmente indipendenti (in caso non fosse possibile, spiegare perché).

4) Sia data la forma quadratica $q : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$q(x_1,x_2,x_3,x_4) = 2x_1^2 - x_2^2 - 2x_2x_3 - x_3^2 + 2x_1x_4.$$

4.a) Detta Q la matrice che rappresenta la forma q, si determini il segno di q attraverso l'esame dei minori di Q.

4.b) Si verifichi il risultato ottenuto al punto precedente attraverso l'esame degli autovalori di Q.

5) Dare la definizione di funzione differenziabile in un vettore x_0 interno al campo di esistenza.

6) Enunciare e dimostrare il teorema di Capelli.