COGNOME		**A**
NOME		
N. MATRICOLA	Laurea ☐ Diploma ☐	Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)

Milano, 30 gennaio 2002

1) Dopo aver determinato il campo di esistenza della funzione

$$f(x,y)=\sqrt{|x|+|y+2|-1}$$

precisare se $(0,-3)$ è punto interno a tale campo di esistenza. Stabilire poi se esiste e, in caso affermativo, calcolare il gradiente di f^2 nel punto $(0,-3)$.

2) Si determini una soluzione del sistema lineare

$$\begin{cases} 2x+2t=4 \\ -x+3t=-2 \\ -3y+z=2 \\ -6y+2z=4 \end{cases}$$

che sia ortogonale al vettore $(1,\ 6,\ -1,\ 7)$.

3) Indicati con e^1, e^2, e^3 i vettori fondamentali di $\mathbb{R}^3$, si consideri la funzione lineare $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tale che

$$T(e^1)=2e^1+e^3, \quad T(e^1+e^2)=e^1+2e^2+e^3, \quad T(e^1+e^2+e^3)=e^1+2e^2+2e^3.$$

3.a) Detta A la matrice che rappresenta T, si determini A.

3.b) Si dica se con autovettori di A è possibile generare tutto $\mathbb{R}^3$.

3.c) Si dica se il vettore $(1,\ 0,\ 2)$ si può scrivere come combinazione lineare di autovettori di A.

4) Sia data la forma quadratica $q : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$q(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1-x_2)^2+(x_2-x_3)^2+x_4^2.$$

4.a) Detta Q la matrice che rappresenta q, si determini il segno di q attraverso i minori di Q.

4.b) Si verifichi il risultato ottenuto al punto precedente attraverso gli autovalori di Q.

4.c) Si determini un vettore non nullo in cui q si annulla.

5) Enunciare e dimostrare le proprietà della realzione di similitudine tra matrici quadrate.

6) Dopo aver dato la definizione di funzione differenziabile, indicare l'espressione del differenziale di una funzione differenziabile.