

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--	--

Laurea

Diploma

Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)

Milano, 19 novembre 2001

Esercizio 1

Si determini il campo di esistenza della funzione

$$f(x, y) = \sqrt[6]{\frac{y^2 - \ln^2 x}{(x-1)^3}}$$

e si indichi la frontiera di esso.

Esercizio 2

Si risolva il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 5x - 9y - t = 1 \\ x + 2y + \frac{1}{2}z + t = 0 \\ -2x + 4y - t = -1. \end{cases}$$

Si determini poi una coppia di soluzioni ortogonali.

Esercizio 3

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

si stabilisca se essa è diagonalizzabile per similitudine, motivando adeguatamente la risposta.

Esercizio 4

Dopo avere precisato cosa si intende per dimensione di uno spazio vettoriale, si stabilisca la dimensione dello spazio vettoriale generato dai seguenti vettori di \mathbb{R}^4 :

$$v^1 = (-1, 0, 5, 1), \quad v^2 = (0, -1, 0, 2), \quad v^3 = (2, -1, -10, 0), \quad v^4 = (2, 0, -10, -2).$$

Esercizio 5

Si enunci il teorema di Capelli e si dimostri che la condizione fornita dal teorema è sufficiente per l'esistenza di soluzioni per un sistema di equazioni lineari.

Esercizio 6

Si enunci e si dimostri la proprietà di linearità del determinante di una matrice quadrata.