COGNOME		**A**
NOME		
N. MATRICOLA	Laurea ☐ Diploma ☐	Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)
PRIMA PROVA PARZIALE
Milano, 23 novembre 2000

Esercizio 1

Si dimostri che ogni vettore di $\mathbb{R}^n$ si rappresenta in modo unico come combinazione lineare di n vettori linearmente indipendenti.

Esercizio 2

Si dica cosa si intende per dimensione di uno spazio vettoriale.

Esercizio 3

Sono dati i vettori

$$v^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad , \quad v^2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad , \quad v^3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Indicato con V lo spazio generato da v^1, v^2, v^3,
- si dimostri che V è sottospazio di $\mathbb{R}^3$;
- si determini una base di V e la sua dimensione.

Esercizio 4

Data l'applicazione

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4, \quad \text{con} \quad f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_2 - x_3 \\ -x_1 - x_3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \end{pmatrix},$$

- si scriva la matrice che realizza (rappresenta) questa trasformazione;
- si determini una base dell'immagine di f;
- si determini una base del nucleo di f.

Esercizio 5

Si risolva il seguente sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} -x - y + t = 2 \\ x + y + 2z + t = 1. \end{cases}$$

Esercizio 6

Si determinino i valori del parametro reale k per cui il sistema

$$\begin{cases} x + ky = 1 \\ x - y = 1 \\ kx + y = 1 \end{cases}$$

risulta: a. determinato b. indeterminato c. impossibile.

COGNOME															**B**
NOME															
N. MATRICOLA															

Laurea ☐ Diploma ☐ Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)
PRIMA PROVA PARZIALE
Milano, 23 novembre 2000

Esercizio 1

Si dimostri che, riguardo al sistema $Ax = b$, l'uguaglianza tra il rango di A e il rango di $A|b$ implica l'esistenza di soluzioni.

Esercizio 2

Si dica cosa si intende per base di uno spazio vettoriale.

Esercizio 3

Sono dati i vettori

$$v^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad , \quad v^2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad , \quad v^3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Indicato con V lo spazio generato da v^1, v^2, v^3,
- si dimostri che V è sottospazio di $\mathbb{R}^3$;
- si determini una base di V e la sua dimensione.

Esercizio 4

Data l'applicazione

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4, \quad \text{con} \quad f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_2 + x_3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \\ x_1 + x_3 \\ -x_1 - x_2 \end{pmatrix},$$

- si scriva la matrice che realizza (rappresenta) questa trasformazione;
- si determini una base dell'immagine di f;
- si determini una base del nucleo di f.

Esercizio 5

Si risolva il seguente sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ -x + y + 2t = 1. \end{cases}$$

Esercizio 6

Si determinino i valori del parametro reale k per cui il sistema

$$\begin{cases} kx + y = 1 \\ x - y = 1 \\ x + ky = 1 \end{cases}$$

risulta: a. determinato b. indeterminato c. impossibile.