

COGNOME

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

NOME

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

N. MATRICOLA

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|

Laurea

Diploma

Anno di Corso

| | | | | |
|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | FC |
|---|---|---|---|----|

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)

Milano, 28 settembre 2001

Esercizio 1

- 1a. Si dia la definizione di autovalore e di autovettore ad esso associato di una matrice quadrata A .
1b. Dopo aver definito il polinomio caratteristico di A , si dimostri che gli autovalori di A sono zeri del polinomio caratteristico.

Esercizio 2

- 2a. Si dica quando una forma quadratica $f(x) = x'Ax$ è semidefinita positiva.
2b. Si dimostri una condizione necessaria e sufficiente affinché una forma quadratica sia semidefinita positiva.

Esercizio 3

Data la trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, con

$$T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ x_2 - x_3 \\ x_3 - x_2 \end{pmatrix},$$

- 3a. si scriva la matrice di rappresentazione di T ;
3b. si determini la dimensione dell'immagine di T ;
3c. si determini una base del nucleo di T .

Esercizio 4

Il sistema

$$\begin{cases} (k+2)x - y = k+1 \\ x + ky = 0 \\ kx + y = k+1 \end{cases}$$

ha infinite soluzioni per un solo valore del parametro reale k . Si determini tale valore e si determinino successivamente le infinite soluzioni.

Esercizio 5

Sia A la matrice relativa al punto 3a.

- 5a. Si determinino gli autovalori di A
5b. Si dica se A è diagonalizzabile, giustificando l'affermazione.

Esercizio 6

Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} y + x^2 & \text{se } y \geq 0 \\ y - x^2 & \text{se } y < 0, \end{cases}$$

- 6a. si calcoli, se esiste, il gradiente di f in $(0, 0)$;
6b. si disegnano nel piano cartesiano le curve di livello 0 e 1 della funzione f .