

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

Laurea

Diploma

Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

## ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)

Milano, 26 aprile 2001

### Esercizio 1

Si enunci e successivamente si dimostri una condizione necessaria di invertibilità di una matrice quadrata.

### Esercizio 2

Si dica quando due matrici  $A$  e  $B$  si dicono simili. Si enuncino poi almeno due proprietà della relazione di similitudine, dimostrandone almeno una.

### Esercizio 3

Si determinino i valori del parametro reale  $a$  per cui il sistema

$$\begin{cases} x + 2y = 3a \\ ax - y = 0 \\ (a - 1)x + y = a \end{cases}$$

ha almeno una soluzione.

### Esercizio 4

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & a \\ 1 & 1 & 0 \\ a & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

- 4a. si calcolino, al variare di  $a$ , gli autovalori di  $A$ ;
- 4b. si dica se  $A$  è diagonalizzabile per ogni valore di  $a$ ;
- 4c. si determini, in almeno un caso particolare, una base di  $\mathbb{R}^3$  formata da autovettori di  $A$ .

### Esercizio 5

Si determini, al variare del parametro reale  $a$ , il segno della forma quadratica

$$Q(x, y, z) = x^2 - 4xy + (4 + a)y^2 - 2a^2yz + a^3z^2.$$

### Esercizio 6

Data la funzione

$$f(x, y) = \ln[-\ln(1 + x) - \ln y],$$

- 6a. si disegni sul piano cartesiano il dominio di  $f$ ;
- 6b. si dica se si tratta di un insieme aperto, limitato, convesso.