COGNOME		**A**
NOME		
N. MATRICOLA		

Laurea ☐ Diploma ☐ Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)
SECONDA PROVA PARZIALE
Milano, 31 gennaio 2001

Esercizio 1

Si enunci una condizione sufficiente per la diagonalizzabilità di una matrice A. La condizione enunciata è anche necessaria ?

Esercizio 2

Si dimostri che, se $a_1, a_2, \dots a_s$ sono s autovalori distinti di una matrice A e se $v^1, v^2, \dots v^s$ sono autovettori associati rispettivamente ad $a_1, a_2, \dots a_s$, allora tali autovettori sono linearmente indipendenti.

Esercizio 3

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

• si determinino gli autovalori di A;
• dopo aver scelto uno degli autovalori calcolati, si determini lo spazio invariante degli autovettori associati a tale autovalore, precisando infine la dimensione di tale spazio.

Esercizio 4

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

• si dica se A è diagonalizzabile;
• si scriva poi una delle matrici modali.

Esercizio 5

Sia A la matrice definita nell'esercizio 4. Si consideri la forma quadratica definita da $f(x) = x^T Ax$, con $x \in \mathbb{R}^3$. Si studi il segno f.

Esercizio 6

Si disegni sul piano cartesiano il campo d'esistenza della funzione

$$f(x, y) = \ln\Big(1 - |x^2 + y|\Big).$$

COGNOME		**B**
NOME		
N. MATRICOLA		Laurea ☐ Diploma ☐ Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)
SECONDA PROVA PARZIALE
Milano, 31 gennaio 2001

Esercizio 1

Si enunci una condizione necessaria per la diagonalizzabilità di una matrice A. La condizione enunciata è anche sufficiente ?

Esercizio 2

Si dimostri che, se $a_1, a_2, \ldots a_s$ sono s autovalori distinti di una matrice A e se $v^1, v^2, \ldots v^s$ sono autovettori associati rispettivamente ad $a_1, a_2, \ldots a_s$, allora tali autovettori sono linearmente indipendenti.

Esercizio 3

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

• si determinino gli autovalori di A;
• dopo aver scelto uno degli autovalori calcolati, si determini lo spazio invariante degli autovettori associati a tale autovalore, precisando infine la dimensione di tale spazio.

Esercizio 4

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

• si dica se A è diagonalizzabile;
• si scriva poi una delle matrici modali.

Esercizio 5

Sia A la matrice definita nell'esercizio 4. Si consideri la forma quadratica definita da $f(x) = x^T A x$, con $x \in \mathbb{R}^3$. Si studi il segno f.

Esercizio 6

Si disegni sul piano cartesiano il campo d'esistenza della funzione

$$f(x, y) = \ln\Big(|x^2 + y| - 1\Big).$$