

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

ESAME di ALGEBRA LINEARE

Milano, 25 novembre 2004

Esercizio 1

Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt[4]{x^4 - \log^4 y} + \sqrt{e^{|x|} - y},$$

determinare e rappresentare graficamente il suo campo di esistenza, specificandone l'insieme dei punti interni e dei punti di frontiera. Dire se si tratta di un insieme chiuso o aperto o né chiuso né aperto. Calcolare poi, nel caso esistano, le derivate parziali di f in $(-1, 1)$.

Esercizio 2

Si determini per quale valore del parametro $a \in \mathbb{R}$ la matrice

$$M_a = \begin{pmatrix} a^2 & 0 & a^2 - 12 \\ 0 & 2 & a + \sqrt{2} \\ -1 & a - \sqrt{2} & a^2 - 1 \end{pmatrix}$$

è invertibile e si calcoli, in corrispondenza di tali valori, la matrice inversa M_a^{-1} .

Esercizio 3

Si stabilisca se la matrice

$$B = \begin{pmatrix} -43 & 0 & 30 \\ -21 & -1 & 15 \\ -63 & 0 & 44 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile. Si determini poi una base per l'autospazio relativo a ciascun autovalore.

Esercizio 4

Studiare, con il metodo basato sul segno dei minori principali, il segno della forma quadratica

$$q : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R} \quad , \quad q(x_1, x_2, x_3, x_4) = -x_1^2 - 2x_2^2 - 4x_3^2 - 4x_1x_3 - 2\sqrt{2}x_2x_4 - \frac{1}{2}x_4^2.$$

Esercizio 5

Dare la definizione di trasformazione lineare, di nucleo, di immagine e di matrice di rappresentazione di una trasformazione lineare. Fornire poi qualche esempio di trasformazione lineare.

Esercizio 6

Enunciare e dimostrare le proprietà delle coppie di matrici simili.