

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

**ESAME di ALGEBRA LINEARE**

Milano, 5 settembre 2007

**Esercizio 1**

Sia  $f(x, y) = \log \frac{\sqrt{2} - \sqrt{x^2 + x}}{\sqrt{2} - \sqrt{y^2 + x}}$ .

- (i) si determini e si rappresenti graficamente il campo di esistenza  $\mathcal{D}$  di  $f$ ;
- (ii) si dica se  $\mathcal{D}$  è un insieme aperto, chiuso, o né aperto né chiuso;
- (iii) si calcoli la derivata parziale di  $f$  rispetto ad  $y$  nei punti del primo quadrante interni a  $\mathcal{D}$ .

**Esercizio 2**

Data la trasformazione lineare  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definita da

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (x_2 + x_4, x_1 - x_3, -x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4)^T,$$

- 2a) si determinino una base del nucleo ed una base dell'immagine di  $T$ ;
- 2b) si determini la controimmagine (immagine inversa) attraverso  $T$  del vettore  $(2, 0, 4)^T$ .

**Esercizio 3**

Sia  $S_\alpha$  l'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x + 2y - z = \alpha \\ x - y + 2z = 0 \\ 3y - 3z = 1 \\ 2x + \alpha y + z = 1. \end{cases}$$

Si dica se esistono valori di  $\alpha$  per cui  $S_\alpha$  ha dimensione 1.

**Esercizio 4**

Si determini una matrice che diagonalizza la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -7 & 7 \\ -4 & 3 & -4 \\ -10 & 10 & -11 \end{pmatrix}.$$

**Esercizio 5**

Si studi, al variare del parametro reale  $k$ , il segno della forma quadratica

$$q_k(x, y, z) = kx^2 + (4 - k^2)y^2 + kz^2 - 4kxy.$$