

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

**ESAME di ALGEBRA LINEARE**  
Milano, 23 luglio 2007

**Esercizio 1**

Sia  $f(x, y) = \sqrt{\frac{x - \log |y|}{y \log x}}$ .

- (i) si determini e si rappresenti graficamente il campo di esistenza di  $f$ ;
- (ii) si dica se  $\mathcal{D}$  è un insieme aperto, chiuso, o né aperto né chiuso;
- (iii) si calcolino le derivate parziali di  $f$  nei punti del primo quadrante interni a  $\mathcal{D}$ .

**Esercizio 2**

2a) Si provi che l'insieme

$$S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x - y)^2 + (y - z)^2 = 0 \right\}$$

è un sottospazio di  $\mathbb{R}^3$ .

2b) Si determini una base dello spazio  $T$  ortogonale ad  $S$ .

**Esercizio 3**

Sia  $S_\alpha$  l'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} \alpha x + 2y - z = 1 \\ x - y + 2z = \alpha \\ -x + y - 2z = 0 \\ y - z = 0. \end{cases}$$

Si dica se esistono valori di  $\alpha$  per cui  $S_\alpha$  ha dimensione 1.

**Esercizio 4**

4a) Si determinino gli eventuali valori reali di  $b$  che diagonalizzano la matrice  $B = \begin{pmatrix} b & b & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ .

4b) Si dica se  $C = \begin{pmatrix} 2 & 100 & 100 \\ 0 & -2 & 100 \\ 0 & 0 & 100 \end{pmatrix}$  è simile a  $B$ , per qualche valore di  $b$ , giustificando la risposta.

**Esercizio 5**

Data la forma quadratica

$$q_k(x, y, z) = (1 - k^2)x^2 + ky^2 + 2kyz + (1 - k)z^2,$$

se ne studi il segno, al variare del parametro reale  $k$ .