COGNOME	
NOME	
MATRICOLA	

ESAME di ALGEBRA LINEARE
Seconda prova parziale
Milano, 26 giugno 2007

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -3 & -3 \\ -3 & -1 & -3 & -3 \\ 4 & 2 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

a) determinarne gli autovalori, con le rispettive molteplicità algebrica e geometrica;

b) determinare una base degli autospazi associati a ciascun autovalore;

c) dire se A è diagonalizzabile.

Esercizio 2

Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la matrice

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha & -1 & 1 \\ \alpha & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile.

Esercizio 3

Studiare il segno della forma quadratica

$$Q_a : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \qquad Q_a(x,y,z) = ax^2 + 2axy + (2-a^2)y^2 + 2az^2$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 4

Verificare che esistono esattamente due matrici ortogonali della forma

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ a & b & c \end{pmatrix}, \qquad a,b,c \in \mathbb{R}$$

e determinarle. Calcolare il determinante e scrivere la matrice inversa di ciascuna di esse.