COGNOME	
NOME	
MATRICOLA	

ESAME di ALGEBRA LINEARE
Terza prova parziale
Milano, 28 giugno 2006

Esercizio 1

Si determinino gli autovalori ed una base degli autospazi associati della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 2

Si determinino, se esistono, i valori del parametro reale k per cui è diagonalizzabile la matrice

$$B_k = \begin{pmatrix} k^2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & k \\ 2 & 0 & k \end{pmatrix}.$$

Esercizio 3

Si stabilisca se sono simili le due matrici

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{e} \qquad M_2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 4

Sia T la trasformazione lineare rappresentata dalla matrice

$$U = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & -2/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

(i) Si dimostri che U è una matrice ortogonale.
(ii) È vero che per ogni $v^1, v^2 \in \mathbb{R}^3$ si ha $\|v^1 - v^2\| = \|T(v^1) - T(v^2)\|$?
(iii) Si calcoli la matrice che rappresenta la trasformazione T^{-1}.

Esercizio 5

Si studi, attraverso l'esame degli opportuni minori e al variare del parametro b, il segno della forma quadratica $q_b : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}$, definita da

$$q_b(x_1, x_2, x_3, x_4) = bx_1^2 + 2bx_1x_2 + x_2^2 + 2bx_2x_4 + bx_3^2.$$