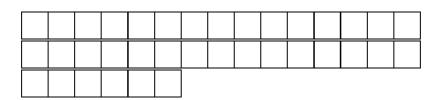
**COGNOME** 

NOME

MATRICOLA



## ESAME di ALGEBRA LINEARE

Milano, 28 giugno 2006

**Esercizio 1** Sia 
$$f(x,y) = \log\left(\frac{e^{2y} - x^4}{e^x - y^3\sqrt{e^x} + y^6}\right) + \sqrt{|x - y| - ||x| - |y||}.$$

- (i) si determini e si rappresenti graficamente il campo di esistenza di f;
- (ii) si dica se  $\mathcal{D}$  è un insieme aperto, chiuso, o né aperto né chiuso;
- (iii) si calcolino le derivate parziali di f nel punto  $(1, \sqrt[6]{e})$ .

**Esercizio 2** Sia  $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$  la trasformazione lineare rappresentata dalla matrice

$$\left(\begin{array}{cccc}
1 & 0 & 2 \\
-3 & 1 & 0 \\
2 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 3
\end{array}\right)$$

e sia  $F: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$  la trasformazione lineare tale che

$$F(u^1) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad F(u^2) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad F(u^3) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad F(u^4) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- (i) Si calcoli la matrice di rappresentazione della trasformazione composta  $F \circ T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ ;
- (ii) Si determini una base di  $\ker(F \circ T)$  e una base di  $\operatorname{Im}(F \circ T)$ ;
- (iii) Si stabilisca se  $\binom{\sqrt{2}}{e^{\sqrt{\pi}}} \in \operatorname{Im}(F \circ T)$ .
- (iv) T è iniettiva?

**Esercizio 3** Si discuta, al variare del parametro reale k, il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2kx + ky = 1 - |k| \\ 6x + 3y = 0 \\ x + (2 - 2k)y = k. \end{cases}$$

**Esercizio 4** Si studi, al variare del parametro reale k, la diagonalizzabilità della matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} k & 0 & k \\ k - \sqrt{2} & k^2 & k - \sqrt{2} \\ k & 0 & -k \end{pmatrix}.$$

Esercizio 5 Stabilire se sono simili le due matrici

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -4 & 0 & -4 \end{pmatrix} \qquad e \qquad \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 8 & -4 & 2 \\ -4 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Esercizio 6** Sia  $q: \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$q(x_1, x_2, x_3, x_4) = -x_1^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 5x_2^2 + 2x_2x_4 - 6x_3^2 + 4x_3x_4 - x_4^2$$

Si stabilisca se esiste una coppia di vettori  $u, v \in \mathbb{R}^4$  tali che q(u) < 0 < q(v).