COGNOME		
NOME		
MATRICOLA		

ESAME di ALGEBRA LINEARE
Milano, 31 gennaio 2007

Esercizio 1

Sia $f(x,y) = \log\left(\dfrac{\log(4-x^2+y^2)}{x^2-y^2-1}\right)$.
(i) si determini e si rappresenti graficamente il campo di esistenza di f;
(ii) si dica se $\mathcal{D}$ è un insieme aperto, chiuso, o né aperto né chiuso;
(iii) si calcoli la derivata parziale rispetto ad y di f nei punti interni a $\mathcal{D}$.

Esercizio 2

Si dica se l'insieme $S = \left\{ \left(x, y, \sqrt{x^2+y^2}\right) : x, y \in \mathbb{R} \right\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$.

Esercizio 3

Sia $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la trasformazione lineare definita da

$$T(x_1, x_2, x_3)^T = (-x_3, x_1 + x_2, x_2 + x_3)^T.$$

(i) Si dica se T è invertibile e, in caso affermativo si trovi la sua trasformazione inversa;
(ii) Si descriva l'immagine ed il nucleo di T, fornendone una base.

Esercizio 4

Dato il sistema

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - y + 2z = -1 \\ 3x + k^2 z = 0 \\ x + 2y - 3z = 2k \end{cases}$$

si trovino i valori di k per cui il sistema ha soluzioni e, per tali valori, si risolva il sistema.

Esercizio 5

Si calcolino gli autovalori ed una base dei relativi autospazi della matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 6

Si studi, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, la diagonalizzabilità della matrice

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 2\alpha & 0 & 2\alpha \\ \alpha - 1 & \alpha^3 & \alpha - 1 \\ 2\alpha & 0 & 2\alpha \end{pmatrix}.$$