COGNOME															
NOME															
N. MATRICOLA															

Laurea ☐ Diploma ☐ Anno di Corso 1 2 3 4 FC

A

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA II

Milano, 6 luglio 2004

1) Si scriva la formula di Taylor della funzione

$$F(x,y) = (x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{5}})^2,$$

arrestata al secondo ordine, con punto iniziale $(1,-1)$. Si specifichi poi il valore della derivata direzionale di F in $(1,-1)$, lungo la direzione individuata dal vettore $(3,0)$.

2) Determinare gli estremanti assoluti, con i rispettivi valori, della funzione $f(x,y) = x^2y$ nell'insieme chiuso e limitato $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1\}$.

3) Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_T y^2 e^{x^2}\, dxdy,$$

dove $T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \in [-1,1], \ 0 \leq y \leq 2|x|\}$.

4) Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = 2x\,\frac{(y^2-2)^{\frac{2}{3}}}{y}.$$

Si calcoli poi la soluzione del problema di Cauchy relativo a tale equazione differenziale con condizione iniziale $y(0) = -\sqrt{3}$, precisando se sono soddisfatte le ipotesi del teorema di esistenza ed unicità locale di una soluzione.

5) Si enuncino i teoremi di derivazione sotto il segno di integrale.

6) Dare la definizione di funzione positivamente omogenea di grado α. Enunciare il teorema di Euler sulle funzioni omogenee e dimostrare che la condizione in esso menzionata è sufficiente (si richiede esplicitamente di dimostrare *solo* la sufficienza).