COGNOME | | | | | | | | | | | | | | |

NOME | | | | | | | | | | | | | | |

N. MATRICOLA | | | | | | | Laurea ☐ Diploma ☐ Anno di Corso 1 2 3 4 FC

A

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA II

Milano, 27 aprile 2004

1) Si scriva la formula di Taylor della funzione

$$F(x,y) = \log\sqrt{\frac{x}{y}},$$

arrestata al secondo ordine, con punto iniziale $(-3,-3)$. Si indichi poi il valore della derivata direzionale di F in $(-3,-3)$, lungo la direzione individuata dal vettore $(0,-2)$.

2) Utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, stabilire se i due punti $(-1,0)$ e $(0,0)$ sono estremanti relativi vincolati per la funzione $f(x,y)=x$ soggetta al vicolo $x^3-x-y^2=0$.

3) Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_D \sqrt[3]{x+y+1}\,dxdy,$$

dove $D=\{(x,y)\in \mathbb{R}^2:\ x\geq 0,\ |y-x|\leq 1,\ y\leq 2-2x\}$.

4) Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'(x) = \left(\frac{2x^2-1}{x}\right)y(x) + \frac{e^{x^2}}{x^2}.$$

Si calcoli poi una soluzione del problema di Cauchy relativo a tale equazione, con condizione iniziale $y(1)=0$, precisando se sono soddisfatte le ipotesi di esistenza ed unicità locale.

5) Dimostrare che se f è differenziabile in un vettore x° interno al suo campo di esistenza, allora essa è ivi continua.

6) Si enunci il teorema della funzione implicita (teorema di Dini) per funzioni $F:\mathbb{R}^2\longrightarrow\mathbb{R}$, indicando anche il valore della derivata prima della funzione definita implicitamente.