COGNOME															
NOME															
N. MATRICOLA															

A

Laurea ☐ Diploma ☐ Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA II

Milano, 30 gennaio 2004

1) Si scriva la formula di Taylor della funzione

$$F(x,y) = \sqrt{-x} + \log \frac{2}{\sqrt[3]{e^{y^2}}}$$

arrestata al secondo ordine, con punto iniziale $(-1,1)$. Si indichi poi il valore della derivata direzionale di F in $(-1,1)$, lungo la direzione individuata dal vettore $(8,-6)$.

2) Utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, stabilire se i due punti $(1,1)$ e $(-1,-1)$ sono estremanti relativi vincolati per la funzione $f(x,y) = x+y$ soggetta al vincolo $x^2 - 6xy + y^2 + 4 = 0$.

3) Si calcoli il seguente integrale doppio

$$\iint_A \frac{1}{1-2x+y}\, dxdy,$$

dove $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \le 0, \ y \ge 0, \ x^2 \le y \le -2x\}$.

4) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'(x) = \frac{(2x^3 - x)y(x)}{x^4 - x^2 + 1} + 2x^3 - x.$$

Si determini poi una soluzione che soddisfa la condizione iniziale $y(1) = 3$.

5) Si dimostri che se una funzione è differenziabile in x°, allora ivi possiede tutte le derivate direzionali e, in particolare, le derivate parziali.

6) Dopo aver precisato che cosa si intende per problema di Cauchy, enunciare il teorema di esistenza ed unicità in piccolo di una soluzione per un problema di Cauchy.