

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--	--

Laurea Diploma 

Anno di Corso

1	2	3	4	FC
---	---	---	---	----

**A**

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

**CORSO DI MATEMATICA II**  
**SECONDA PROVA PARZIALE**  
 Milano, 22 gennaio 2004

1) Determinare gli estremanti assoluti della funzione

$$f(x, y) = 2x^2 + 2y^2 - 4y + 2$$

nell'insieme chiuso e limitato  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$ .

2) Dato un sistema di assi cartesiani ortogonali, siano  $C_0$  e  $C_1$  i dischi di raggio 1 e di centro  $(0, 0)$  e  $(1, 1)$ , rispettivamente. Posto  $D = C_0 \cap C_1$ , si imposti il calcolo dell'integrale doppio

$$\iint_D x(y-1) dx dy,$$

eseguendo poi la prima integrazione e fermandosi all'integrale semplice così ottenuto.

3) Utilizzando la trasformazione in coordinate polari, calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_T x \sqrt[3]{y} dx dy,$$

dove  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x(y-x) \geq 0, x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

4) Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale a variabili separabili

$$y' = y - \frac{8}{y^2}.$$

Si calcoli poi la soluzione del problema di Cauchy relativo a tale equazione differenziale con condizione iniziale  $y(0) = -1$ , precisando se sono soddisfatte le ipotesi del teorema di esistenza ed unicità locale di una soluzione.

5) Dopo aver precisato cosa si intende per funzione a scala definita su un rettangolo  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  con lati paralleli agli assi cartesiani, si dia la definizione di integrale doppio esteso ad  $A$  di una funzione a scala.

6) Enunciare e dimostrare il principio di sovrapposizione per equazioni differenziali lineari.