

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

A

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--	--

Laurea Diploma Anno di Corso

1	2	3	4	FC
---	---	---	---	----

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA II
Milano, 17 novembre 2003

1) Si scriva la formula di Taylor della funzione

$$F(x, y) = \sqrt{|\sqrt[3]{x} - y|}$$

arrestata al secondo ordine, con punto iniziale $(-1, 0)$ (si osservi che l'argomento del valore assoluto è negativo e si mantiene tale in un opportuno intorno di $(-1, 0)$). Si indichi poi il differenziale di F nello stesso punto.

2) Si determinino gli eventuali estremanti relativi, con i rispettivi valori, della funzione

$$f(x, y) = x + \frac{1}{xy} + y.$$

Studiando poi gli estremanti di f soggetti al vincolo $x - y = 0$, si specifichi se gli eventuali estremanti relativi liberi sono anche estremanti assoluti per f nel suo campo di esistenza.

3) Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_Q \frac{|x|}{y^2 + 1} dx dy,$$

dove $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y - x| \leq 1, |y + x| \leq 1\}$.

4) Dopo averla espressa nella notazione degli indici, si risolva l'equazione alle differenze

$$\Delta^4 z_n + 4\Delta^3 z_n + (6 - 2\sqrt{2})\Delta^2 z_n + (4 - 4\sqrt{2})\Delta z_n + (3 - 2\sqrt{2})z_n = \sqrt{2},$$

dove Δ indica l'operatore differenza.

5) Dopo aver precisato cosa si intende per funzione a scala definita su un rettangolo $A \subseteq \mathbb{R}^2$ con lati paralleli agli assi cartesiani, si dia la definizione di integrale doppio esteso ad A di una funzione a scala.

6) Enunciare e dimostrare le proprietà principali delle equazioni differenziali lineari omogenee.