COGNOME		**A**
NOME		
N. MATRICOLA	Laurea ☐ Diploma ☐	Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA II

Milano, 25 settembre 2003

1) Si scriva la formula di Taylor della funzione

$$F(x,y) = (xy + y^2)^{\frac{3}{2}}$$

arrestata al secondo ordine, con punto iniziale $(6,2)$. Si indichi anche il valore della derivata di F secondo la direzione individuata dal versore $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ nello stesso punto.

2) Si determinino gli eventuali estremanti relativi, con i rispettivi valori, della funzione

$$f(x,y) = e^{x \log x} + e^{y \log y}$$

nell'insieme aperto $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x > 0, \ y > 0\}$.

3) Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_A \frac{x|y|}{\sqrt{x^2+y^2}}\, dxdy,$$

dove $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \geq 0, \ 1 \leq x^2 + y^2, \ \frac{x^2}{9} + y^2 \leq 1\}$.

4) Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale a variabili separabili

$$y' = \frac{y \log y}{x \log x}.$$

Si calcoli poi la soluzione del problema di Cauchy con condizione iniziale $y(2) = 4$, precisando se sono soddisfatte le ipotesi del teorema di esistenza ed unicità locale.

5) Dare la definizione di funzione positivamente omogenea di grado α. Enunciare il teorema di Eulero sulle funzioni omogenee e dimostrare che la condizione in esso menzionata è necessaria.

6) Enunciare i teoremi di derivazione sotto il segno di integrale.