

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--	--

Laurea

Diploma

Anno di Corso

1	2	3	4	FC
---	---	---	---	----

A

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA II
Milano, 30 giugno 2003

1) Si scriva la formula di Taylor della funzione

$$F(x, y) = \int_{2y}^{x^2+y} e^{-\frac{1}{t}} dt$$

arrestata al secondo ordine, con punto iniziale $(-1, 1)$.

2) Si determinino gli estremanti assoluti della funzione $f(x, y) = x^3 + y^2 - 8x$ nell'insieme chiuso e limitato $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9\}$.

3) Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_F |xy| dx dy,$$

dove $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq |y| \leq \sqrt{|x|}\}$.

4) Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = -\frac{y^4 - 2y^2 + 1}{xy}.$$

Si calcoli poi la soluzione del problema di Cauchy con condizione iniziale $y(1) = -\sqrt{2}$, precisando se sono soddisfatte le ipotesi del teorema di esistenza ed unicità locale.

5) Si enunci il teorema della funzione implicita (di U. Dini) per funzioni $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, indicando anche il valore della derivata prima della funzione definita implicitamente.

6) Dimostrare che se una funzione definita su un aperto è differenziabile in un vettore del suo dominio allora ivi possiede tutte le derivate direzionali.