COGNOME		**A**
NOME		
N. MATRICOLA	Laurea ☐ Diploma ☐	Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA II

Milano, 14 aprile 2003

1) Si scriva la formula di Taylor della funzione

$$F(x,y) = \int_x^y e^{-t^2}\,dt$$

arrestata al secondo ordine, con punto iniziale $(1,1)$.

2) Si determinino gli eventuali estremanti relativi, con i rispettivi valori, della funzione $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = x^4 + x^2 - 6xy + 3y^2.$$

3) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_S \frac{y}{x^2+y^2}\,dxdy,$$

dove $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x \geq \frac{3}{2},\ x^2+y^2 \leq 9,\ x \leq y \leq \sqrt{3}x\}$.

4) Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{2}{3x}(y-1) + \frac{1}{3}$$

Calcolare poi una soluzione particolare in corrispondenza della condizione iniziale $y(1) = 2$.

5) Definire la nozione di funzione positivamente omogenea di grado α. Enunciare una condizione affinché una funzione differenziabile sia positivamente omogenea di un certo grado α e dimostrarne la sufficienza.

6) Dopo aver precisato cosa si intende per soluzione di un problema Cauchy, enunciare il teorema di esistenza ed unicità locale di una soluzione per un problema di Cauchy relativo ad un'equazione differenziale del primo ordine, posta in forma normale.