COGNOME			**A**
NOME			
N. MATRICOLA		Laurea ☐ Diploma ☐	Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA II

Milano, 13 febbraio 2003

1) Si scriva la formula di Taylor della funzione

$$f(x,y) = \frac{1}{\log(xy)}$$

arrestata al secondo ordine, con punto iniziale $(e,1)$.

2) Si stabilisca se il vettore $(0,-1)$ risulta un estremante relativo vincolato per la funzione $f(x,y) = x^2 + y$ soggetta al vincolo $g(x,y) = x^2 + x^2y - y^2 - y = 0$.
(Suggerimento:

- costruire la funzione lagrangiana;
- verificare che $(0,-1)$ soddisfa la condizione necessaria del primo ordine per qualche valore di λ;
- concludere sulla natura del vettore $(0,-1)$ applicando la condizione del secondo ordine in corrispondenza dell'eventuale valore di λ trovato.)

3) Si calcoli il seguente integrale doppio

$$\iint_D \frac{2(x+1)\log y}{y}\,dxdy,$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ e^x \leq y \leq e^2 e^{-x^2}\}$.

4) Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale a variabili separabili

$$y' = (x+1)e^{x^2+2x-y}.$$

Si calcoli poi la soluzione del problema di Cauchy relativo a tale equazione differenziale con condizione iniziale $y(0) = 1$, precisando se sono soddisfatte le ipotesi del teorema di esistenza ed unicità locale.

5) Enunciare una condizione del primo ordine affinchè un vettore sia estremante relativo per una funzione differenziabile e dimostrarne la necessarietà.

6) Enunciare i teoremi di derivazione sotto il segno di integrale.