COGNOME

NOME

N. MATRICOLA

Laurea ☐ Diploma ☐ Anno di Corso 1 2 3 4 FC

A

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA II

Milano, 16 settembre 2002

1) Si scriva la formula di Taylor della funzione

$$f(x,y) = \arctan|xy|$$

arrestata al secondo ordine, con punto iniziale $(1,-3)$ (si ricorda che $\frac{d}{dt}\arctan t = \frac{1}{1+t^2}$).

2) Determinare gli estremanti relativi della funzione $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$f(x,y) = \begin{cases} \log(2 - x^2 - y^2), & \text{se } x^2 + y^2 \leq 1 \\ e^{x^2+y^2}, & \text{se } x^2 + y^2 > 1. \end{cases}$$

3) Sia $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; xy(x^2 + y^2 - 1) \geq 0\}$ e sia D il disco centrato nell'origine e di raggio 3. Si calcoli il seguente integrale doppio:

$$\iint_{A \cap D} |xy| \, dxdy.$$

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) + \dfrac{x^3}{1+x^4} y(x) = x^3, \\ y(1) = \dfrac{2}{5}. \end{cases}$$

5) Dopo aver dato la definizione di funzione a scala definita sul rettangolo T con i lati paralleli agli assi cartesiani, dare quella di integrale doppio esteso a T di una funzione di questa classe.

6) Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{y+1}}, \\ y(0) = 3, \end{cases}$$

stabilire se sono soddisfatte le ipotesi del teorema di esistenza e unicità in piccolo di una soluzione di questo problema.