

B

Cognome: Nome: Matricola:

Università di Milano - Bicocca

Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche

Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni

Matematica II

2 febbraio 2007

1) Si consideri la funzione $f(x, y) = y^{\cos x}$. Si calcolino:

i) l'equazione cartesiana del piano tangente al grafico di f nel punto $(0, e, f(0, e))$;

ii) la formula di Taylor relativa ad f , arrestata al secondo ordine, centrata in $(0, e)$, con resto in forma di Peano;

iii) la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial v}(\pi/3, 1)$, dove v è la direzione individuata dal vettore $(6, -8)$.

2) Si determinino il valore massimo ed il valore minimo assunti dalla funzione

$$h(x, y) = x^2 e^x + y^2 e^y.$$

nell'insieme $Q = [-1, 1] \times [-1, 1]$.

3) Sia $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y(\sin x - y) \geq 0, x \in [-\pi, \pi]\}$. Si calcoli

$$I = \iint_S 4xy \, dx dy.$$

4) Sia $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z^4\}$. Si stabilisca se l'integrale

$$V = \iiint_K \frac{|z|^3}{\sqrt{x^2 + y^2}(1 + x^2 + y^2 + z^4)^2} \, dx dy dz$$

esiste finito e, in caso affermativo, si calcoli V .

5) Sia $F(x, y) = \left(e^{2x^2 - y}, \frac{x}{1 + y^2} \right)$. Si scriva l'equazione della retta tangente nel punto $(1/2, 1)$ al grafico della funzione $x = g(y)$ definita implicitamente dall'equazione

$$\det J_F(x, y) = 0,$$

in un intorno di $(1/2, 1)$.