

MATEMATICA II

14 settembre 2006

Cognome, nome, numero di matricola e anno di corso:

1. Si calcoli l'integrale

$$\int_{\mathbf{R}^2} e^{-(x^2-x+y^2)} dx dy.$$

2. Si calcoli

$$\int_{\mathbf{R}^3 \setminus B(\mathbf{0},1)} \frac{e^{|\mathbf{x}|/2}}{|\mathbf{x}|^2(1+e^{|\mathbf{x}|})} dx_1 dx_2 dx_3.$$

3. Si calcolino gli integrali

a. $\int_T \frac{1}{(x^2+y^2)^2} dx dy$, con $T = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq |x| + |y| \leq 2\}$.

b. $\int_{\Omega} \frac{|y|}{1+x^2} dx dy$, dove $\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \in [0, 1], |y| \leq \arctan x\}$;

4. Si determinino gli estremi assoluti della funzione

$$f(x, y) = \frac{y}{x^2},$$

vincolati all'insieme $S = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 - y^2 \geq 1\}$.

5. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(\mathbf{x}) = \begin{cases} |\mathbf{x}| e^{-1/|\mathbf{x}|} & \text{se } \mathbf{x} \neq \mathbf{0}, \\ 0 & \text{se } \mathbf{x} = \mathbf{0}, \end{cases}$$

dove $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ indica un vettore di \mathbf{R}^2 e $|\mathbf{x}|$ la sua norma euclidea.

- (i) Si calcoli $\frac{\partial f(\mathbf{0})}{\partial x_1}$.
- (ii) Si disegni il profilo di f e si determinino eventuali estremi liberi di f .
- (iii) Si determinino gli estremi della funzione f vincolati alla circonferenza di centro $(1, 0)$ e raggio 1.