

MATEMATICA II

20 luglio 2006

Cognome, nome, numero di matricola e anno di corso:

1. Si determinino massimi e minimi assoluti della funzione $f(x, y) = x^3 - 3xy^2 + x$ vincolati all'insieme $\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

2.

- a. Si calcoli l'integrale

$$\int_E f(x, y) dx dy,$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 < x < 2, 0 < y < 1/x\}$ e $f(x, y) = ye^{-xy}$.

- b. Si calcoli l'integrale

$$\int_{A(1,2) \setminus Q} \frac{|xy|}{x^2 + y^2} dx dy,$$

dove $A(1, 2)$ indica l'anello $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 < x^2 + y^2 < 4\}$ e Q il quadrato di lato 2 centrato in $(0, 0)$.

3. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - \sqrt{x^2 + y^2}$$

- (i) Si disegni il profilo di f .
(ii) Si calcolino l'equazione cartesiana del piano tangente al grafico di f nel punto $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0)$ e la derivata direzionale di $g = \varphi \circ f$ in $(1, 0)$ nella direzione individuata dal vettore $(1, 3)$, dove $\varphi(t) = 1 + t^4$.
(iii) Si scriva la formula di Taylor di f centrata in $(0, 1)$ ed arrestata al secondo ordine, con resto in forma di Peano.
(iv) Si determinino eventuali estremi di f , specificando se si tratta di estremi relativi o assoluti.

4. Si calcoli l'integrale

$$\int_E x e^{x(x-y)} dx dy,$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x > 0, 1 < y - x < 2\}$.

5. Si calcoli l'integrale

$$\int_{\mathbf{R}^3} x^2 e^{-(x^2+y^2-yz+z^2)} dx dy dz.$$