

X

Università di Milano - Bicocca

*Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche
Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni*

Matematica II - seconda prova parziale

24.1.07

1) Calcolare

$$I = \iint_E ye^{xy} dx dy ,$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2 \leq x \leq 3; 0 \leq xy \leq 2\}$.

2)

i) Sia $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \geq 1\}$. Determinare i valori di $b \in \mathbb{R}$ per i quali

$$I_b = \iiint_K \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2} \left(1 + \log^b \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)\right)} dx dy dz$$

esiste finito.

ii) Calcolare I_2 .

3) Determinare il valore massimo e il valore minimo assunti dalla funzione

$$f(x, y) = y^2 - x^2$$

vincolata all'insieme

$$V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y + 1)^2 \leq 1\} .$$

4) Sia

$$f(x, y) = e^{-x^2 - y^2} .$$

Calcolare, per ogni $\alpha > 0$,

$$I_\alpha = \iint_F |\nabla f(x, y)|^2 dx dy ,$$

dove $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \alpha \leq x^2 + y^2 \leq 2\alpha; y < 0\}$.