

X

Cognome: Nome: Matricola:

Università di Milano - Bicocca
 Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche
 Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni
 Matematica II
 14.02.08

1) Per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ sia

$$g_\alpha(x, y) = \frac{x^2 y}{(x^2 + y^2)^\alpha}.$$

i) Determinare i valori di α per i quali la funzione

$$h_\alpha(x, y) = \begin{cases} g_\alpha(x, y) & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua su \mathbb{R}^2 .ii) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di $g_2(x, y)$ nel punto $(1, 2, g_2(1, 2))$.iii) Sia γ la curva di livello di $g_1(x, y)$ passante per il punto $P = (1, 2)$. Tracciare un grafico di γ in un intorno di P individuando la retta tangente e la concavità/convessità.iv) Sia $A = B((0, 2), 2) \setminus B((0, 1), 1)$. Determinare i valori di α per i quali $\iint_A g_\alpha(x, y) dx dy < +\infty$.v) Calcolare $\iint_A g_{5/2}(x, y) dx dy$.

2) Determinare il valore massimo e il valore minimo assunto dalla funzione

$$f(x, y) = x + \sqrt{2 - x^2 - y^2}$$

ristretta a

$$V = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

3) A quale tra le funzioni

$$f(x, y) = x^4 + y^3, \quad g(x, y) = x^3 + y^4, \quad h(x, y) = x^4 - y^3, \quad i(x, y) = x^3 - y^4$$

possono essere associate le seguenti curve di livello.

