

Università di Milano - Bicocca  
*Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche*  
*Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni*  
Matematica II  
28.6.07

1) Sia

$$f(x, y) = \frac{x + y}{\sqrt{(x - 1)^2 + (y + 1)^2}} .$$

*i)* Stabilire se  $f(x, y)$  è differenziabile in  $(0, 0)$  e, in caso affermativo, scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di  $f(x, y)$  nel punto  $(0, 0, f(0, 0))$ .

*ii)* Stabilire se il limite

$$\lim_{(x, y) \rightarrow (1, -1)} f(x, y)$$

esiste e, in caso affermativo, calcolarlo.

2) Determinare il valore massimo e il valore minimo assunti dalla funzione

$$f(x, y, z) = 2x + 2y + z^2$$

soggetta al vincolo

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 .$$

3) Calcolare l'integrale doppio

$$I = \int \int_A y^2 e^{-x^2 - y^2} dx dy ,$$

dove  $A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9 ; 0 \leq \frac{1}{\sqrt{3}}x \leq y \leq x \right\} .$

4) Sia

$$\varphi : \begin{cases} x = 2t^2 - t^3 \\ y = t^2 - 1 \end{cases} \quad (0 < t < 1) .$$

*i)* Verificare che il sostegno di  $\varphi$  è contenuto nel quarto quadrante.

*ii)* Determinare il numero delle intersezioni del sostegno di  $\varphi$  con il grafico della retta  $y = x - 1$ .

*iii)* Determinare i punti regolari di  $\varphi$  e per ciascuno di essi scrivere l'equazione del versore tangente.