Università di Milano - Bicocca

Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche

Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni

Matematica II

10.9.07

1) Verificare che l'equazione

$$e^x - 2e^y + 3x - 4y + 1 = 0$$

definisce implicitamente, in un intorno del punto $(0,0)$, una funzione $y = f(x)$. Scrivere lo sviluppo di Taylor al secondo ordine di $f(x)$, centrato in $x = 0$ e tracciare così un grafico di $f(x)$ in un intorno di $x = 0$.

2) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$I = \int\int_Q x^3 e^{xy} dxdy \ ,$$

dove $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, \ 0 \leq y \leq x^2\}$.

3) Determinare estremo superiore, estremo inferiore, eventuali massimi e minimi locali e globali della funzione

$$f(x,y) = e^{-x^2} e^{-y^2} - x^2 - y^2$$

su $\mathbb{R}^2$.

4) Scrivere il polinomio di Taylor $p_2(x,y)$ di ordine 2, con centro in $(0,1)$, della funzione

$$f(x,y) = \log(y) + \arctan(x+y) .$$

5) Determinare tutti i polinomi della forma

$$p(x,y) = Ax^4 + Bx^3y + Cx^2y^2 + Dxy^3 + Ey^4 \ ,$$

cioè i polinomi omogenei di grado 4 su $\mathbb{R}^2$, che soddisfano l'equazione

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} p(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} p(x,y) = 0$$

per ogni (x,y) su $\mathbb{R}^2$.