

Cognome: ..... Nome: ..... Matricola:

Università di Milano - Bicocca  
Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche  
Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni  
Matematica II  
13.07.2007

1) Sia

$$f(x, y) = x^2|y|.$$

- (i) Si calcoli  $\nabla f(0, 0)$ ;
- (ii) si stabilisca se  $f$  risulta differenziabile in  $(0, 0)$  e, in caso affermativo, si calcoli il differenziale di  $f$  in  $(0, 0)$ ;
- (iii) si stabilisca se  $f$  è di classe  $C^1$  in almeno un intorno di  $(0, 0)$ .

2) Si verifichi che l'equazione

$$y e^{\int_1^x (1+t^8)^{-1} dt} - 2xe^{y-2} = 0$$

definisce implicitamente, in un intorno del punto  $(1, 2)$ , una funzione  $y = g(x)$ . Si calcoli l'equazione della retta tangente al grafico di  $g$  in  $(1, 2)$ .

3) Si determinino eventuali estremi della funzione  $h$  definita da

$$h(x, y) = x - 2\sqrt{xy} + y$$

nel suo campo di esistenza  $D$ , specificando il valore massimo ed il valore minimo assunti da  $h$  in  $D$ .

4a) (per chi sostiene l'esame di Matematica II, 6 cfu)

Sia  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [-1, 1], 0 < y < x^2\}$ . Si stabilisca se esiste finito e, in caso affermativo, si calcoli

$$I = \iint_E \frac{dxdy}{\sqrt{x^2 - y}}.$$

4b) (per chi sostiene l'esame di Elementi di Matematica II, 4 cfu)

Sia  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, |y| \leq |e^x - 1|\}$ . Si calcoli

$$I = \iint_E x|y|dxdy.$$

5) Tra tutti i triangoli rettangoli di perimetro assegnato  $P > 0$ , si determini quello di area massima.