

Cognome: Nome: Matricola:

Università di Milano - Bicocca
Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche
Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni
Matematica II
13.07.2007

1) Sia

$$f(x, y) = x^2|y|.$$

- (i) Si calcoli $\nabla f(0, 0)$;
- (ii) si stabilisca se f risulta differenziabile in $(0, 0)$ e, in caso affermativo, si calcoli il differenziale di f in $(0, 0)$;
- (iii) si stabilisca se f è di classe C^1 in almeno un intorno di $(0, 0)$.

2) Si verifichi che l'equazione

$$y e^{\int_1^x (1+t^8)^{-1} dt} - 2xe^{y-2} = 0$$

definisce implicitamente, in un intorno del punto $(1, 2)$, una funzione $y = g(x)$. Si calcoli l'equazione della retta tangente al grafico di g in $(1, 2)$.

3) Si determinino eventuali estremi della funzione h definita da

$$h(x, y) = x - 2\sqrt{xy} + y$$

nel suo campo di esistenza D , specificando il valore massimo ed il valore minimo assunti da h in D .

4a) (per chi sostiene l'esame di Matematica II, 6 cfu)

Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [-1, 1], 0 < y < x^2\}$. Si stabilisca se esiste finito e, in caso affermativo, si calcoli

$$I = \iint_E \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 - y}}.$$

4b) (per chi sostiene l'esame di Elementi di Matematica II, 4 cfu)

Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, |y| \leq |e^x - 1|\}$. Si calcoli

$$I = \iint_E x|y| dx dy.$$

5) Tra tutti i triangoli rettangoli di perimetro assegnato $P > 0$, si determini quello di area massima.