

Università di Milano - Bicocca
Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche
Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni
Matematica II
21.07.08

1)

i) Rappresentare sia attraverso disequazioni, sia attraverso un disegno, il dominio della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{4xy - 3x^2 - y^2}.$$

ii) Determinare l'estremo superiore, l'estremo inferiore, gli eventuali massimi e minimi locali e globali di $f(x, y)$.

2) Sia $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x \leq y \leq z\}$. Determinare i valori interi positivi di k per i quali l'integrale

$$I_k = \iiint_A \frac{xy}{(x^2 + z^2)^{k+1}} dx dy dz$$

esiste finito.

3) Sia $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 1)^2 + y^2 \leq 1\}$. Calcolare

$$J = \iint_B \sqrt{x^2 + y^2} dx dy.$$

4) Calcolare il piano $p(x, y, z)$ tangente al grafico della funzione

$$f(x, y, z) = \log(x) + zy^2$$

nel punto $(1, 1, 0, f(1, 1, 0))$.

5) Sia γ la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 1$. Per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ sia $f(x, y)$ la distanza di γ dal punto (x, y) (cioè il minimo delle distanze dei punti di γ da (x, y)). Stabilire dove $f(x, y)$ è differenziabile e, per questi punti, calcolare $|\nabla f(x, y)|$.