

Università di Milano - Bicocca
Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche
Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni
Matematica II
23.04.08

1) Determinare estremo superiore, estremo inferiore, eventuali massimi e minimi locali e globali della funzione

$$f(x, y) = y \log(y + x^2)$$

sul suo insieme di definizione.

2)

Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$. Determinare i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali l'integrale

$$I_\alpha = \iint_A \frac{y}{(x^2 + y^2)^\alpha} dx dy$$

esiste finito.

Calcolare I_1 .

3) Verificare che l'equazione

$$\log(x) + \log(y) + x - 1 = 0$$

definisce implicitamente, in un intorno del punto $(1, 1)$, una funzione $y = f(x)$. Scrivere lo sviluppo di Taylor al secondo ordine di $f(x)$, centrato in $x = 1$ e tracciare così un grafico di $f(x)$ in un intorno di $x = 1$.

4) Sia $g \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ e sia

$$f(x, y) = g(x + y) - g(x - y) .$$

Scrivere la matrice Hessiana $H_f(x, y)$ e determinare almeno una scelta della funzione $g(t)$ in modo che $H_f(x, y)$ abbia il determinante uguale a -4 per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.