

**X**

Università di Milano - Bicocca

*Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche  
Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni*

Matematica II

II prova parziale - 31.01.08

1) Calcolare

$$I = \int \int_D x^{y+1} e^x \log x \, dx dy ,$$

dove  $D = \{(x, y) : 2 < x < 3; 0 < y \log x < 1\}$  .

2) Determinare il valore massimo e il valore minimo assunto dalla funzione

$$f(x, y) = e^{x+y}$$

ristretta a

$$V = \{(x, y) : 2x^4 + y^4 = 3\} .$$

3) Per ogni  $\alpha > 0$  sia

$$D_\alpha = \{(x, y, z) : z > 1; x^2 + y^2 < 2z^{-\alpha}\} .$$

Determinare i valori di  $\alpha$  per i quali l'integrale

$$I_\alpha = \int \int \int_{D_\alpha} (x^2 + y^2 + 2z^{-1})^\alpha \, dx dy dz$$

esiste finito.

4) Sia  $\varphi \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$  decrescente su  $[0, 1]$  e tale che  $\varphi(0) = 1$ ,  $\varphi(1) = 0$ .  
Calcolare

$$\int \int_D y^2 \varphi'(x) \, dx dy ,$$

dove  $D = \{(x, y) : 0 < x < 1; \varphi(x) < y < \sqrt[3]{\varphi(x)}\}$ .