

MATEMATICA II

Seconda prova parziale

9 febbraio 2006

Cognome, nome, numero di matricola e anno di corso:

1. Si calcolino gli integrali

a. $\int_A \sqrt{xy} \, dx \, dy$, dove $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \in [0, 2], 0 \leq y \leq (x-1)^2\}$;

b. $\int_D \frac{|x| + |y|}{x^2 + y^2 + 2} \, dx \, dy$, dove $D = \{(x, y) \in B(\mathbf{0}, 1) : |y| \geq |x|\}$.

2. Si calcoli

$$\int_E e^{(x+1)y} \, dx \, dy,$$

dove

$$E = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0, 0 \leq y \leq 1/(x+1)\}.$$

3. Si calcoli l'integrale

$$\int_{\mathbf{R}^2} x^2 e^{-(x^2+xy+y^2)} \, dx \, dy.$$

4. Si consideri il sottoinsieme Ω di \mathbf{R}^3 definito da:

$$\Omega = \{(x, y, z) \in B(\mathbf{0}, 1) : z \geq x^2 + y^2\}.$$

(i) Si disegni Ω .

(ii) Si calcoli (ad esempio “per fili”) l'integrale $\int_{\Omega} z \, dx \, dy \, dz$.

5. Si calcoli

$$\int_{B(\mathbf{0}, 1)} |z| \, dx \, dy \, dz,$$

dove $B(\mathbf{0}, 1)$ indica la sfera aperta di centro $\mathbf{0}$ e raggio 1 in \mathbf{R}^3 .