

Cognome: ..... Nome: ..... Matricola:

Università di Milano - Bicocca  
*Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche*  
*Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni*  
Matematica I  
13.7.07

1) Si calcolino

$$I = \int_0^1 \frac{x}{x^3 + 1} dx, \quad J = \int_{-2}^2 \frac{e^{x^2} \sqrt[3]{x^5}}{\sin^2 x} dx.$$

2) Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{x}{|x+1|}} & \text{per } x \neq -1, \\ 0 & \text{per } x = -1. \end{cases}$$

- a. Si studi la continuità della funzione  $f$ .
- b. Si cerchino gli asintoti della funzione; si studi il crescere e il decrescere, i punti di flesso. Si tracci un grafico qualitativo della funzione.

3) Tracciare un grafico della funzione

$$f(x) = \int_1^x \sqrt[3]{\frac{1 - e^t}{1 + t^4}} dt$$

che evidenzi l'insieme di definizione, i limiti, gli asintoti orizzontali e verticali, il crescere e il decrescere. Non è richiesto lo studio del segno, nè quello della concavità.

4) Si determini la convergenza semplice e assoluta della seguente serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k [(2k)!]^2}{(4k)!}$$

5) Sia  $\mathcal{A}$  l'insieme delle funzioni  $f : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ , continue in  $[1, 4]$ , derivabili in  $(1, 4)$  e tali che  $f(1) = 0$  e  $f(4) = 3$ .

- a. Si fornisca una funzione  $g \in \mathcal{A}$  che abbiamo almeno un punto  $x_0 \in (1, 4)$  in cui  $g'(x_0) > 10$ .
- b. Si fornisca una funzione  $h \in \mathcal{A}$  per cui esistano esattamente tre punti  $x_1, x_2$  e  $x_3$  del dominio per ognuno dei quali la retta tangente al grafico della funzione in tale punto è parallela alla retta di equazione  $y = x$ .

## SOLUZIONI

1)  $I =$

**Giustificazione:**

$$J =$$

**Giustificazione:**

2) a. Continuità di  $f$

**Giustificazione:**

b.) Asintoti di  $f$

**Giustificazione:**

Il crescere e il decrescere di  $f$

**Giustificazione:**

I punti di flesso di  $f$

**Giustificazione:**

Grafico di  $f(x)$ :

3) L'insieme di definizione  $f$

**Giustificazione:**

Limiti di  $f$ , asintoti orizzontali e verticali:

**Giustificazione:**

Il crescere e il decrescere di  $f$ .

**Giustificazione:**

Grafico di  $f(x)$ :

4) Convergenza semplice e assoluta:

**Giustificazione:**

5) a.  $g(x) =$

**Giustificazione:**

b.  $h(x) =$

**Giustificazione:**