Cognome: .... Nome: .... Matricola:

Università di Milano - Bicocca
Corso di laurea di primo livello in Scienze statistiche ed economiche
Corso di laurea di primo livello in Statistica e gestione delle informazioni
Matematica I
15.2.07

1) Stabilire se convergono e in caso affermativo calcolare i seguenti integrali

$$I = \int_2^4 \frac{1}{x^2+8x+20}\,dx \qquad J = \int_{-\infty}^4 \frac{x+1}{x^2+8x-20}\,dx.$$

2) Tracciare un grafico della funzione

$$h(x) = \frac{x}{1-e^x}$$

che evidenzi l'insieme di definizione, i limiti, gli asintoti, il crescere e il decrescere.

3) Scrivere la serie di Mc Laurin e il polinomio di Mc Laurin di secondo grado $P_2(x)$, della funzione

$$g(x) = x\left(\log(1+x^2) - x^2\right) .$$

4) Calcolare il seguente limite

$$L = \lim_{x\to+\infty} \frac{3^{(x^2)} + 4^x}{2^{\sqrt{x^3}} + x^4} .$$

5) Tracciare un grafico che evidenzi l'insieme di definizione, i limiti, il crescere e il decrescere della funzione integrale

$$f(x) = \int_1^x \left(\mathbf{1}_{[2,3]}(t) + e^{-t^2}\cdot \mathbf{1}_{[4,\infty)}(t)\right) dt .$$

6) Determinare una funzione $f : [0,\infty) \to [0,\infty)$, non necessariamente continua, tale che

$$\lim_{n\to+\infty} n^{-2} f(n) = 1 \qquad \text{e} \qquad \int_0^\infty f(x)\,dx \quad \text{converga.}$$

SOLUZIONI

1)

$$I =$$

Giustificazione:

$$J =$$

Giustificazione:

2)

Insieme di definizione di $h(x)$:

Giustificazione:

Limiti di $h(x)$:

Giustificazione:

Asintoti di $h(x)$:

Giustificazione:

$h'(x) =$

Studio del segno di $h'(x)$:

Grafico di $h(x)$:

3) $g(x) =$

Giustificazione:

$$P_2(x) =$$

Giustificazione:

4)

$$L =$$

Giustificazione:

5)
Insieme di definizione di $f(x)$:

Giustificazione:

Limiti di $f(x)$:

Giustificazione:

$f'(x) =$

Studio del segno di $f'(x)$:

Grafico di $f(x)$:

6) $f(x) =$

Giustificazione: