

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--	--

Laurea

Diploma

Anno di Corso

1	2	3	4	FC
---	---	---	---	----

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA I (semestrale)

Milano, 20 novembre 2001

Esercizio 1

- 1a. Si dia la definizione di estremo superiore di un sottoinsieme limitato di numeri reali.
1b. Sia A l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$\sin x = e^{-x}.$$

Si dica se:

- A è limitato inferiormente;
- A è limitato superiormente;
- A ha minimo.

Esercizio 2

Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{1+x} - \sqrt{x}), \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{1/2} - x^{3/4} + 2^{-x}}{x^{4/5} - \ln x},$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - e^{x/2}}{\sqrt[3]{1+x} - e^{x/3}}.$$

Esercizio 3

Si calcolino i seguenti integrali indefiniti

$$\int \frac{1}{x(1 + \ln^2 x)} dx, \quad \int \frac{1+x}{x^2 + x \ln x} dx, \quad \int \frac{2 \ln x}{(x+1)^3} dx.$$

Esercizio 4

4a. Si calcolino la somma inferiore e la somma superiore della funzione $f(x) = x \ln x$ nell'intervallo $[1, e^3]$, associate alla partizione $\{1, e, e^2, e^3\}$.

4b. Dopo aver calcolato la media aritmetica dei valori trovati al punto 4a, la si confronti con il valore dell'

$$\int_1^{e^3} x \ln x dx.$$

Esercizio 5

Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{x}{\ln x + \sqrt{x}}.$$

Non è richiesto lo studio della derivata seconda.