COGNOME	
NOME	
N. MATRICOLA	

Laurea ☐ **Diploma** ☐ **Anno di Corso** **1** **2** **3** **4** **FC**

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA I (semestrale)
PRIMA PROVA PARZIALE
Milano, 20 novembre 2000

1. Si dia la definizione di estremo superiore di un sottoinsieme limitato di $\mathbb{R}$.

2. Si calcolino i seguenti limiti:

$$
\begin{array}{ll}
\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\left(-2x^3+2x^2+x\right) & \displaystyle\lim_{x\to\infty}\left[\log(x+1)-\log x\right] \\
\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{-2x^4+2x^2+x}{-x^3+2x-6} & \displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x-x^{5/2}}{x^{3/2}+2} \\
\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x\log x-x^{1/2}}{4x^{3/2}+1} & \displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\sin(x+1)}{x^2} \\
\displaystyle\lim_{x\to\infty} x\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}\right) & \displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{2^x+x^3}{x^2+3^x} \\
\displaystyle\lim_{x\to0^+}\frac{(1+x)^{1/2}-1+\sin x}{\cos x-1} & \displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(x^2+1\right)^{1/x}.
\end{array}
$$

3. Sia $A=\{x\in\mathbb{R}: x^2<4\}$. Si dimostri che $\sup A=2$. È massimo?

4. Si consideri la funzione $f:\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}$, definita da

$$
f(x)=\begin{cases} \ln x & \text{se } x\in(0,2] \\ ax^2-a(1+a)x+a^2 & \text{se } x\in(2,\infty). \end{cases}
$$

Si determinino i valori positivi del parametro reale a che rendono f continua in $\mathbb{R}^+$.

5. Sia $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ tale che $f\big([0,1]\big)=[0,1]\cup\{2\}$; f può essere continua in $[0,1]$?

6. Si calcoli il

$$
\lim_{x\to0^+}\frac{\ln(1+\sin x)-x}{x^2}.
$$