

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--	--

Laurea Diploma 

Anno di Corso

1	2	3	4	FC
---	---	---	---	----

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

## ESAME DI MATEMATICA I (semestrale)

Milano, 26 settembre 2001

### Esercizio 1

Sia  $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ . Che cosa significa “ $f$  è crescente in  $(a, b)$ ”?

Si porti successivamente un esempio di:

- una funzione crescente ma non continua in  $(0, 1)$ ;
- una funzione crescente ma non derivabile in  $(0, 1)$ .

### Esercizio 2

Si calcolino i limiti seguenti

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 e^{-x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^x - 1}{e^x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^a (\ln(1+x) - \log x), a \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \arctan x - \frac{\pi x + 2}{2x + 1} \right).$$

### Esercizio 3

Si enunci il teorema fondamentale del calcolo integrale.

Successivamente, data la funzione  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , definita da

$$f(x) = \begin{cases} \ln \left( 1 + x^2 \sin \frac{1}{x} \right) & 0 < |x| \leq 1 \\ 0 & x = 0, \end{cases}$$

si dica se la sua funzione integrale è di classe  $C^2([-1, 1])$ .

### Esercizio 4

Si calcolino i seguenti integrali indefiniti

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^3 + x^2 + x} dx, \quad \int x \sin^2 x dx.$$

### Esercizio 5

Si studi la funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 + \ln x} - x.$$

Non è richiesto lo studio della derivata seconda.