

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--	--

Laurea

Diploma

Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

## ESAME DI MATEMATICA I (semestrale)

Milano, 12 luglio 2001

### Esercizio 1

Si definisca il significato della scrittura

$$f(x) = o(\ln(1+x)), \quad \text{per } x \rightarrow 0.$$

Successivamente, si dimostri che, se  $f(x) = o(\ln(1+x))$ , per  $x \rightarrow 0$ , allora  $f(x) = o(x)$ , per  $x \rightarrow 0$ .

### Esercizio 2

Si calcolino i limiti seguenti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{\sin(\ln(1+x))}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\sin x)}{\sin(1 - \cos x)}.$$

### Esercizio 3

Si enunci il teorema di Lagrange.

Successivamente, si dica se il teorema è applicabile alla funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -1 \leq x \leq 0 \\ x^x & 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

### Esercizio 4

Si calcolino i seguenti integrali indefiniti

$$\int \frac{2x^2 - 4x + 5}{x^4 - 4x^3 + 5x^2} dx, \quad \int \sin^5 x dx.$$

### Esercizio 5

Si studi la funzione

$$f(x) = \sqrt{x + |\ln x|} - x.$$

Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Per lo studio della derivata prima si utilizzi la disuguaglianza  $x + |\ln x| \geq 1$ , valida per ogni  $x > 0$ .