

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--	--

Laurea Diploma Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA I (semestrale)

Milano, 18 giugno 2001

Esercizio 1

Si dia la definizione di estremo inferiore di un sottoinsieme limitato S di numeri reali. Successivamente, sia

$$S = \left\{ \frac{2 + (-1)^n}{n + (-1)^n n^2} : n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \right\}.$$

Si determini l'estremo inferiore dell'insieme $S \cap [0, 1]$.

Esercizio 2

Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione tale che

$$|f(x) - f(0)| \leq x^2 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Si dimostri che f è derivabile in $x = 0$ e si calcoli $f'(0)$.

Esercizio 3

Si calcolino i limiti seguenti

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{\log(x+f(x))} \right), \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{2}{\log(x+f(x))} \right),$$

dove f è una funzione di classe $C^\infty(\mathbb{R})$ tale che

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2} = 1.$$

Esercizio 4

Si calcolino i seguenti integrali indefiniti

$$\int \frac{x+2}{2x^2+4x+3} dx, \quad \int \tan^3 x dx.$$

Esercizio 5

Si studi la funzione

$$f(x) = x(\ln x + 1) - x^2.$$

È richiesto lo studio della derivata seconda.