

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--

Laurea Diploma Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA I (semestrale)

Milano, 27 aprile 2001

Esercizio 1

Si enunci il teorema di Weierstrass.

Successivamente, dato il polinomio $p(x) = x^3 - x^2 - 2x$, si dica per quali valori del parametro reale a è applicabile il teorema di Weierstrass alla funzione

$$f(x) = \frac{1}{p(x)} \quad \text{nell'intervallo } [a, a^2].$$

Esercizio 2

Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} x e^{1/x^2} \qquad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x + 3^{-x}}{2^{-x} + 3^x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \ln x}{\ln(1+x)} \qquad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\ln x}.$$

Esercizio 3

Si studi la funzione

$$f(x) = \ln^2 x - x.$$

È richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 4Si scriva la formula di Taylor arrestata al terzo ordine con punto iniziale π e resto in forma di Peano della funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita dalla formula

$$f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$$

(N.B. Non è richiesto il calcolo esplicito di $f(\pi)$).

Si calcoli poi il

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\int_{\pi}^x \frac{\sin t}{t} dt + (2\pi)^{-1}(x - \pi)^2}{(x - \pi)^3}.$$

Esercizio 5

Si calcolino i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{8x - 5}{2x^2 - 5x + 7} dx \qquad \int x \sin x \cos^2 x dx.$$