

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--	--

Laurea

Diploma

Anno di Corso

1	2	3	4	FC
---	---	---	---	----

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA I (semestrale)

Milano, 12 febbraio 2001

1. Cosa significa che f è convessa nell'intervallo (a, b) ?

La funzione $f : (0, 2) \rightarrow \mathbb{R}$, definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\ln x & \text{se } x \in (0, 1) \\ (x-1)^2 & \text{se } x \in [1, 2), \end{cases}$$

è convessa in $(0, 2)$?

2. Si enunci il teorema degli zeri.

Applicando il teorema degli zeri, si dimostri che

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}(x+1)\right) - x \quad \forall x \in [0, 1]$$

ha almeno uno zero. La funzione f ha altri zeri?

3. Si determini, in dipendenza dal parametro reale a , il numero di soluzioni dell'equazione

$$\ln x = ax.$$

4. Si calcolino i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \ln^2 x \, dx \qquad \int \frac{x}{e^{x^2} + e^{-x^2}} \, dx \quad (\text{si consiglia la sostituzione } e^{x^2} = t)$$
$$\int \frac{x}{x^2 - x + 1} \, dx \qquad \int \frac{x}{x^3 + 1} \, dx.$$

5. Si disegni un grafico qualitativo della funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, definita dalla formula

$$f(x) = e^x - \ln |x|.$$