

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--	--

Laurea Diploma Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI MATEMATICA I (semestrale)

Milano, 29 gennaio 2001

1. Si dia la definizione di estremo superiore di un sottoinsieme limitato di \mathbb{R} . Quanto valgono gli estremi superiore e inferiore dell'insieme $\left\{n \in \mathbb{N} : (-1)^n (1 - 1/n)\right\}$?

2. Si consideri il polinomio

$$p_{a,b}(x) = x^3 - 3ax + b.$$

Per quali a e b reali $p_{a,b}$ ha tre zeri (reali)?

3. Si scriva la formula di Taylor arrestata al terzo ordine con punto iniziale $\sqrt{\pi}$ e resto in forma di Peano della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita dalla formula

$$f(x) = \cos(x^2).$$

Si calcoli, per i valori del parametro reale a per cui esiste, il

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{\pi}} \frac{\cos(x^2) + 1 - 2\pi(x - \sqrt{\pi})^2}{|x - \sqrt{\pi}|^a}.$$

4. Si calcolino i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{1}{e^x + 1} dx \qquad \int \frac{1}{\log^2 x + \log x} \frac{dx}{x}$$

$$\int x \arctan x dx \qquad \int \frac{x - 3}{x^2 + 2x + 5} dx.$$

5. Si determinino gli intervalli in cui la funzione

$$x \mapsto \int_1^{x^2} (1-t)e^{-t^2} dt$$

è crescente.

6. Si disegni un grafico qualitativo della funzione $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definita dalla formula

$$f(x) = x(\log x + 1).$$