

ESAME DI MATEMATICA I

14 settembre 2006

Cognome: _____ nome: _____

numero di matricola : _____ anno di corso: _____

1. (3+3 punti) Si calcolino i seguenti limiti

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x^2 - x^4)(x + e^{-x} - 1)}{\cos(\log(1 + x^2)) - 1} \qquad \text{b) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 - 4}{6x^2 + 24x + 24}$$

2. Data la funzione

$$f(x) = (x^2 - x)e^{1/x},$$

- (i) (1 punto) si determini il campo di esistenza ed il segno,
(ii) (2 punti) si calcolino i limiti di f e si determinino eventuali asintoti,
(iii) (2 punti) si calcoli f' e si determinino punti di massimo o di minimo,
(iv) (2 punti) si calcoli f'' e si determinino i punti di flesso,
(iv) (1 punto) si tracci un grafico qualitativo della funzione f .
3. (3+3 punti) Si calcoli l'integrale a) e si stabilisca se esiste finito l'integrale b):

$$\text{a) } \int \frac{x^2 + 2}{x^3 + 2x^2 + 2x} dx \qquad \text{b) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x}}{(x^2 + 4)^{1/3}} dx$$

4. (3+3 punti) Si studi la convergenza semplice e assoluta delle seguenti serie:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2} \qquad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \log(1 + n)}{n + 2}$$

5. Si consideri la funzione $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$F(x) = \int_2^x \frac{e^{-t} - |t|}{t^4 + 1} dt.$$

- (i) (2 punti) si calcolino i limiti di F e si determinino eventuali asintoti,
(ii) (2 punti) motivando adeguatamente i passaggi, si calcoli F' e si determinino i punti di massimo/minimo,
(iii) (2 punti) si tracci un grafico qualitativo della funzione F .
Non é richiesto lo studio della derivata seconda di F .