

MATEMATICA I

19 settembre 2005

Cognome: _____ nome: _____

numero di matricola : _____ anno di corso: _____

1. Si calcolino

$$\int \frac{2x}{e^{2x^2} + e^{x^2}} dx \quad \int_0^\pi 2x \sin^2 x dx$$

2. Sia $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione

$$F(x) = \int_1^x (-\mathbf{1}_{[-2,-1)}(t) + \mathbf{1}_{[0,2)}(t) + \mathbf{1}_{[1,2)}(t)) dt.$$

Si tracci un grafico della funzione F , motivando adeguatamente i passaggi.

3. Si consideri la funzione $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = x|1 + \log x|.$$

- i) Si fornisca la definizione di continuità di una funzione in un punto; si stabilisca se la funzione f è prolungabile con continuità nell'origine;
- ii) si stabilisca se la funzione f ha dei punti di non derivabilità e in caso affermativo li si classifichi;
- iii) si disegni con precisione il grafico della funzione f .

4. Si studi la convergenza semplice e assoluta delle seguenti serie.

$$a. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n + n^3}{n^2 + 3^n} \quad b. \sum_{n=0}^{\infty} n(-3)^{-n}.$$

5. Si calcolino i seguenti limiti

$$a. \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(1 - e^{\left(\frac{x}{1+x^2}\right)}\right) \quad b. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin(x/2)) - (1+x^2)^{1/4}}{x^3}.$$