

# MATEMATICA I

21 settembre 2004

Cognome, nome, numero di matricola e anno di corso:

1. Si calcolino

$$\int x^2 e^{-x} dx \quad \int \frac{x^2}{(x^2 + 1)^2} dx.$$

2. Si consideri la funzione  $f : \mathbf{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbf{R}$ , definita da

$$f(x) = e^x - \frac{1}{x+1}.$$

- (i) Si dimostri, utilizzando il teorema degli zeri, che  $f''$  ha uno zero nell'intervallo  $(-1, 1)$ . Si dimostri poi, studiando  $f'''$ , che tale zero è unico.
- (ii) In modo analogo si dimostri, utilizzando il teorema degli zeri e lo studio di  $f'$ , che 0 è l'unico zero di  $f$  nell'intervallo  $(-1, \infty)$ .
- (iii) Si disegni un grafico qualitativo di  $f$ .
- (iv) Sia  $F : E \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{1}{f(s)} ds,$$

dove  $E$  indica l'insieme degli  $x$  in  $\mathbf{R}$  per i quali l'integrale a secondo membro esiste finito. Si determini  $E$  e si tracci un grafico qualitativo di  $F$ .