

COGNOME

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

NOME

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

N. MATRICOLA

|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|

## ESAME DI MATEMATICA I

Milano, 17 settembre 2003

Per il superamento della prova occorre il raggiungimento di almeno 18 punti nei primi 4 esercizi

### Esercizio 1 Punti: 6

Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{1/x} - \ln|x|}{\ln(1+x) + e^{\frac{x}{x+1}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x} + \cos x)^2}{\sqrt[3]{1+x^3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{1}{\cos x}}{1 - \frac{1}{e^x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \ln(1 + \sin x)}{x^3}$$

### Esercizio 2 Punti: 2+2+2+2

Data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln x}{e^{1/x}},$$

- Si determinino il campo di esistenza ed il segno;
- Si calcolino i limiti di  $f$  e si determinino gli eventuali asintoti (orizzontali, verticali, obliqui);
- Si calcoli la derivata prima e se ne studi il segno;
- Si tracci un grafico qualitativo di  $f$ .

### Esercizio 3 Punti: 2+2

- Sia  $f : [a, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ . Si dia la definizione di  $\int_a^\infty f(x) dx$ , facendo le necessarie ipotesi su  $f$ .
- Si calcoli, usando la definizione,  $\int_0^\infty x e^{-x} dx$ .

### Esercizio 4 Punti: 2+2+2

- Si calcoli  $\int \frac{x+1}{x^3 - 2x^2 + 2x} dx$ .
- Si dica se è finito  $\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{x^2 + \sqrt[3]{x^2}} dx$ .
- Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{1 + \sqrt{n}}.$$

---

### Esercizio 5 Punti: 4

Si determini il numero di soluzioni dell'equazione  $\ln(1+x) = 2x - x^2$  (suggerimento: ricordare che  $x \geq \ln(1+x) \forall x \in (-1, \infty)$ ).

### Esercizio 6 Punti: 4

Si dica se converge  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x} |\ln x|} dx$ .